

I. Burdonov, A. Kossatchev

Parallel Calculations by Automata on dynamically changing graph

2-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ ЛЕТНЯЯ ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ «НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР».

8-12 июня 2015. Анапа.

35 слайдов

## Parallel Calculations by Automata on dynamically changing graph

### слайд 2.

Пример: Для каждой страницы BBC site составляется таблица, в которой для каждой марки машины указано число упоминаний этой марки на этой странице.

Example: For each page BBC site the table in which machines for each mark the number of mentions of this mark on this pages is specified is made

### слайд 4.

Агрегатное расширение  $g$  функции  $f$  представляет собой агрегатную функцию, по которой можно вычислить функцию  $f$ .

При этом возможны такие расширения, которые на практике не помогают в этом, например, можно взять в качестве  $g$  тождественную функцию на  $X$ , а в качестве  $h$  – саму функцию  $f$ .

Чтобы избежать такого, используется минимальное агрегатное расширение.

Интуитивно, это агрегатная функция, вычисляющая минимум информации, по которой еще можно восстановить  $f$ .

Aggregate expansion  $g$  functions  $f$  represents aggregate function on which it is possible to calculate function  $f$ .

Thus such expansions which in practice do not help in it are possible, for example, it is possible to take in quality  $g$  identical function on  $X$ , and in quality  $h$  - function  $f$ .

To avoid such, the minimal aggregate expansion is used.

Intuitively, it is the aggregate function calculating a minimum of the information, on which else it is possible to restore  $f$ .

### слайд 9.

Если граф динамически меняется, то динамически меняться должны были бы и деревья.

Но это сделать нельзя, т.к.....

Исчезла дуга – а какая вместо неё?

Сменился конец, но в начале мы не знаем какой конец.

И вообще изменение графа может привести к тому, что деревья надо полностью перестраивать. Т.е. при каждом изменении дуги, если эта дуга входит в дерево, вообще говоря, нужно перестраивать всё дерево.

РЕШЕНИЕ: можно использовать виртуальные деревья. Вместо дуги АВ просто пара вершин АВ. При распространении сообщения веером, как в мониторинге, оно дойдёт из А в В, но только не по дуге, а по какому-то пути (маршруту без самопересечения). Вместо времени  $O(1)$  тактов будет  $O(n)$  тактов.

Соответственно, вместо времени  $O(h)$ , где  $h$  – высота дерева, будет время  $O(nh)$ .

Для распространения вопроса это лишнее. Мы можем просто за  $O(n)$  доставить вопрос во все вершины.

Также можно было бы поступить с ответами, доставляя из каждой вершины  $v$  значение  $g(f(v))$  в корень, где все вычисления и будут производиться.

Или можно было бы доставлять в корень  $f(v)$ . Но это может быть очень-очень много.

Если  $g(f(v))$ , то в одном сообщении может быть до  $n$  ответов.

Что делать, если ответ имеет очень большой размер?

Для дерева максимальное число ответов в одном сообщении равно числу вершин в максимальной антицепи, что для дерева равно числу терминальных вершин  $w$ .

Почему максимальной антицепи? Потому что от одной ветви дерева в сообщении должно быть максимум 1 ответ. Но это надо делать в алгоритме.

Тогда  $n \leq hw$ .

$w$  – определяет размер сообщения,

$h$  – определяет время.

Когда при данном  $w$  будет  $h$  минимально?

Когда дерево имеет вид «сбалансированного веника».

If graphs dynamically varies, dynamically should vary there would be also trees.

But it to make it is impossible, because.....

The arc - and what instead of it has disappeared?

The end was replaced, but in the beginning we do not know what end.

And in general change the graph can lead to that trees should be reconstructed completely. I.e. at each change of an arc if this arc enters into a tree, generally speaking, it is necessary to reconstruct all tree.

The DECISION: it is possible to use virtual trees. Instead of arc АВ simply pair vertexes АВ. At distribution of the message by a fan as in monitoring, it will reach from А in В, but only not on an arc, and on any way (to a route without self-crossing). Instead of time  $O(1)$  steps will be  $O(n)$  steps.

Accordingly, instead of time  $O(h)$  where  $h$  - the height of a tree, will be time  $O(nh)$ .

For distribution of a question this superfluous. We can for  $O(n)$  simply deliver a question in all vertexes.

Also it would be possible to act with answers, delivering from each vertex  $v$  value  $g(f(v))$  in a root where all calculations and will be made.

Or it would be possible to deliver in a root  $f(v)$ . But it can be very - many.

If  $g(f(v))$  in one message can be up to  $n$  answers.

What to do, if the answer has very big size?

For a tree the maximal number of answers in one message is equal to number of vertexes in the maximal anticircuit, that for a tree is equal to number of terminal vertexes  $w$ .

Why maximal anticircuit? Because from one branch of a tree in the message should be a maximum 1 answer. But it is necessary to do it in algorithm.

Then  $n \leq hw$ .

$w$  - defines the size of the message,

$h$  - defines time.

When at given  $w$   $h$  it will be minimal?

When the tree looks like « the balanced broom ».

А дальше: как построить такое обратное виртуальное дерево и в каждой вершине занять число входящих виртуальных обратных дуг? Для веника это число равно 0 в терминале, 1 во внутренней вершине и  $w$  в корне.

Рассказываем сообщения 1 и 2.

And is farther:

how to construct such back virtual tree and to obtain number of entering virtual return arcs in each vertex? For a broom this number is equal 0 in the terminal, 1 in internal vertex and  $w$  in the root.

We tell messages 1 and 2.