О СИНХРОННОЙ КОМПОЗИЦИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ АВТОМАТОВ

И.Б. Бурдонов[1], *Н.В. Евтушенко*[1,2], *А.С. Косачев*[1], *В.З. Шнитман*[1]

[1]Институт системного программирования РАН, г. Москва, Россия
[2]Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия
igor@ispras.ru, nyevtush@gmail.com, kos@ispras.ru, vzs@ispras.ru

Многие сложные системы представляются как композиция более простых в некотором смысле систем. Синхронная композиция соответствует одновременной работе всех каналов композиции и обычно используется при описании работы многомодульных аппаратных систем. Поведение аппаратных компонентов обычно описывается полностью определенными детерминированными автоматами, и вообще говоря, проектировщик ожидает, что и поведение всей композиции также описывается таким автоматом [1-3]. Несмотря на большое количество работ в этой области, в настоящий момент неизвестны необходимые и достаточные условия, при которых это возможно. В работе [1] авторы рассматривают синхронную композицию только автоматов Мура, т.е. автоматов, в которых выходной символ зависит только от текущего состояния автомата, т.е. не зависит от текущего входного символа. В монографии [2] авторы показывают, что, вообще говоря, достаточно иметь один автомат Мура в каждом цикле автоматной композиции. В работе [3] авторы уточняют это условие, требуя, чтобы в каждом цикле композиции из двух компонентов, по крайней мере, один внутренний выходной символ не зависел от внутреннего входного символа. Еще одно интересное условие, основанное на прогрессивном решении соответствующего автоматного уравнения, доказывается в [2]. Однако построение таких прогрессивных решений достаточно трудоемко, и это условие в очередной раз рассматривается только для бинарной синхронной композиции. В настоящей работе мы рассматриваем синхронную композицию из конечного числа компонентных автоматов, каждый из которых может иметь несколько входных и выходных портов, соединенных каналами, и формулируем достаточное условие для описания поведения синхронной композиции детерминированным полностью определенным автоматом.

Рассмотрим систему $\mathcal{A}$ взаимодействующих автоматов-компонентов, полагая, что множества состояний и портов автоматов-компонентов попарно не пересекаются. Каждый из автоматов является детерминированным и полностью определенным. Без ограничения общности, мы полагаем, что каждый канал соединяет в точности два порта (выходной и входной порты). Если это не так, то необходимое количество буферов может быть добавлено в систему автоматов. Как обычно, мы полагаем, что порты, соединенные каналом, имеют один и тот же алфавит, символы которого подаются / снимаются на / с соответствующий порт. Входные и выходные порты, не соединенные каналом с другими портами, образуют множества внешних входных и выходных портов, каждое из которых не является пустым. Поведение такой композиции можно описать автоматом [2], однако в общем случае этот автомат может быть недетерминированным и частичным. Пара (i, j), где i и j суть входной и выходной порты некоторого автомата-компонента, будем называть *муровской*, если выходной символ в порту j не зависит от входного символа порта i. Последовательность пар (p^{in}_1, p^{out}_1), …, (p^{in}_m, p^{out}_m), где каждая пара $(p^{out}_{j-1}, p^{in}_j)$, $j = 2, \ldots, m$, соединена каналом, есть *путь* в системе $\mathcal{A}$. Путь называется *циклом*, если пара p^{out}_m и p^{in}_1 соединена каналом.

Мы предлагаем построить для системы $\mathcal{A}$ специальный граф зависимостей G_{dep}. Вершинами графа являются порты всех автоматов-компонентов и вершины, соответствующие текущему состоянию каждого автомат-компонента. Если пара <выходной_порт, входной_порт> соединена каналом, то в графе есть дуга из выходного порта во входной порт. Если пара <входной_порт, выходной_порт> принадлежит одному автомату-компоненту, в котором эта пара не является муровской, то графе есть дуга из входного порта в выходной порт. Из вершины, соответствующей текущему состоянию автомата-компоненты, в графе есть дуги во все выходные порты этой компоненты. Мы доказываем следующее утверждение.

Теорема. Граф G_{dep} ациклический, если каждый цикл в системе $\mathcal{A}$ содержит муровскую пару.

На основе сформулированной выше теоремы можно показать, что выходной символ в каждом выходном порту системы $\mathcal{A}$ полностью определяется текущими состояниями автоматов-компонентов и входным символом на внешних входных портах, т.е. синхронная композиция детерминированных полностью определенных автоматов является полностью определенным детерминированным автоматом, если каждый цикл в системе $\mathcal{A}$ содержит муровскую пару. Тем не менее, мы отмечаем, что, несмотря на то, что сформулированное условие имеет место для значительно более широкого класса композиций, это условие не является необходимым и достаточным.

Литература

1. *Hartmanis, J., Stearns, R.E.* The algebraic structure theory of sequential machines. N.Y., Prentice-Hall. 1966. – 210 p.
2. *Villa, T., Yevtushenko, N., Brayton, K.R., Mishchenko, A., Petrenko, A., Sangiovanni-Vincentelli, A.* The Unknown Component Problem: Theory and Applications. Springer. 2012. – 312 p.
3. *Kam, T., Villa, T., Brayton, K. R., Sangiovanni-Vincentelli, A.* Synthesis of FSMs: Functional Optimization. Springer. 1997. – 282 p.